МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ЗОЛОТОЕ РУНО

8 класс. Геометрия–2. 07 июня 2010 года

1. Дан треугольник ABC, в котором $AC = 3BC$. На стороне AC выбрана точка L такая, что $AL = 2CL$. Точка K — середина стороны AB. Найдите угол KLB.

2. Биссектрисы углов A и B, а также медиана угла C треугольника ABC образовали равнобедренный прямоугольный треугольник. Найдите углы треугольника ABC.

3. Длины сторон параллелограмма равны a и b. Чему равны длины диагоналей четырехугольника, образованного биссектрисами внешних углов этого параллелограмма?

4. Даны треугольники ABC и $A'B'C'$. Точки M и M' — середины сторон BC и $B'C'$ соответственно. Оказалось, что $AB/AC = A'B'/A'C' \neq 1$ и $\angle AMB = \angle A'M'B'$. Верно ли, что тогда треугольники ABC и $A'B'C'$ подобны?

5. Плоскость разбита на правильные треугольники (не обязательно равные). Всегда ли на плоскости найдется отрезок длины 1, не содержащий внутренних точек треугольников разбиения?

6. На стороне BC равностороннего треугольника ABC со стороной 3 выбрана точка D таким образом, что $BD = 1$. На сторонах AB и AC выбраны точки E и F таким образом, чтобы периметр треугольника DEF был минимальным. Найдите этот периметр.

7. Дан равнобедренный треугольник ABC с углом при вершине B равным $20°$. На продолжении его основания AC за точку C выбрана точка D такая, что $CB = CD$, а на стороне BC выбрана точка E такая, что $\angle CDE = 10°$. Найдите угол CAE.

8. В треугольнике ABC $\angle B = 120°$, а $AB < BC$. Точка H — ортоцентр этого треугольника, точка F — середина дуги ABC описанной окружности ABC, центр которой — O. Докажите, что $\angle OHF + \angle ACB = 30°$.